

# 学习从这里开始



## 《新课程导学》（旬刊）

- 面向中小学师生的同步指导类综合期刊
- 入选“第二届中国期刊设计艺术周”推荐期刊

新课程导学

2025年9月（上旬刊）

总第673期

XINKECHENG DAOXUE

# 新课程导学

9

2025年 上旬刊 SEPTEMBER  
总第673期

贵州人民出版社有限公司主办

● 中国知网系列数据库 ● 中国核心期刊（遴选）数据库 ● 万方数据——数字化期刊群 收录期刊



ISSN 1673-9582



9 771673 958257



走进贵阳一中 | 学科融合赋能高中生物实验改进  
——以“性状分离比模拟实验”装置的研发为例

名校名师 | 新高考背景下学科教学融入生涯指导的实践路径

科研论文 | “文学阅读与创意表达”任务群下的小学语文读写结合教学策略研究

国内统一连续出版物号：CN 52-1148/G4

国际标准连续出版物号：ISSN 1673-9582

定价：12.00 元



社 长 王 旭  
总 经 理 吴 迁  
副 总 经 理 夏 进  
编 委 王 旭 吴 迁 夏 进 谢亚鹏  
谢丹华 程冠华 龙建人 龙圣武

编辑部主任 王学艳 0851-86825886  
编辑部副主任 张 赟 0851-84846870  
编 辑 王文竹 王雯佳 高 琪 闫文絮 邓小青 周 馨 王江兰  
邵 玥 彭 娅 王海菱 杨有韦 石颖慧 谢颖轶  
记 者 向忆峰 林 剑 蒋世良 康 瑜 肖 芳 任珍宇  
黎敬程  
美术编辑 余成真  
本期封面 余成真

党群工作和人力资源部 贾昀曦 0851-86822572  
行 政 部 张思源 0851-84587420  
数字资源管理中心 谭淑元 0851-86825886  
融媒体中心 廖 迅 0851-86822790  
品牌运营中心 陶 腾 0851-86825471  
影像制作中心 周 帅 0851-84842940

主管/主办/出版单位 贵州人民出版社有限公司  
运 营 贵州画报期刊传媒集团有限公司  
印 刷 贵州新华印务有限责任公司  
印刷地址 贵州省贵阳国家高新区金阳科技产业园标准厂房辅助用房B328室  
出版日期 每月8日  
发 行 中国邮政集团有限公司贵州省分公司  
订 阅 全国各地邮政分公司  
国外发行 中国国际图书贸易集团有限公司  
国内统一连续出版物号 CN 52-1148/G4  
国际标准连续出版物号 ISSN 1673-9582  
邮发代号 66-75  
国外代号 BM4008  
定 价 12.00元  
地 址 贵州省贵阳市观山湖区长岭北路国际会议中心SOHO区D1栋A座  
贵州出版集团有限公司7楼  
服务电话 0851-84846870  
邮 编 550081  
E-mail 2278732180@qq.com  
网 址 www.xinkechengdaoxue.com  
法律顾问 北京市中间（贵阳）律师事务所  
融合出版支持单位 北京中文出版传媒融合创新发展联盟  
（贵州科信报刊有限公司）

合作单位 贵阳市第一中学 中国知网系列数据库  
万方数据——数字化期刊群

#### 版权声明

凡在本刊发表的作品版权属于《新课程导学》编辑部所有，其他报刊、网站或个人如需转载、翻印、复制、镜像等，须经本刊同意，并注明转载自本刊。  
来稿文责自负，对因抄袭或涉密等侵犯他人版权或其他权利的，本刊不承担连带责任。对所投稿件，本刊有权依据本刊办刊要求对其进行适当删改或调整，如若不愿，来稿时请注明。  
本刊已被中国知网、万方数据库全文收录，作者如无特殊声明，在本刊公开发表的作品，视同为作者同意授予我刊及上述合作网站信息网络传播权；本刊支付的稿酬已包括此项授权的收入。如若不愿，来稿时请注明。



## 新课程导学

《新课程导学》创刊于2008年，是面向中小学的同步指导类综合期刊。国内统一连续出版物号 CN 52-1148/G4、国际标准连续出版物号 ISSN 1673-9582。杂志坚持“积极配合和推动新课程改革，为广大中小學生提供最快捷的课改信息、最权威的专家导学、最有效的学习方法、最实用的解题技巧，最终实现中小學生全面能力的培养。”的办刊宗旨和“传播新理念，交流新经验，推广新方法，促进新发展”的办刊定位，努力推动基础教育教研教改的深入发展、教师专业化水平的提升和教学质量的提高。

常设栏目：教学前沿、名校名师、科研论文、健康教育、教学案例（教学设计）等。

### 一、征稿内容

主要征集中小学教育教学、科研高质量的文章，包括原创理论、思想争鸣、理论探讨、实证分析、案例研究、文献综述及教学设计等，鼓励和提倡研究问题的原创性、思想性，注重文章的创新性和科学性。

2025年重要选题方向：聚焦新高考、职业生涯规划、中高考命题制及解析、融通班、新教材、地方教学资源开发研究等；家校社合力教学、家庭教育；研学旅行基地建设、课程开发、研学实践；课题、基金文章（优先录用“十四五”时期研究成果）；五育并举、三全育人策略；新质生产力赋能教育教学；中小学建设、教师职业成长。

### 二、征稿对象

中小学教师、教研员、教学管理者

### 三、内容规范

- 正文6000-6800字符为宜。中文题名一般不超过20个汉字，必要时可加副标题。题名下方为不超过200字的内容提要及3-8个关键词。作者姓名下方应写明联系方式，包括工作/学习单位、通信地址、邮政编码、联系电话。
- 如稿件为课题（基金）项目资助成果，在文章首页脚注以“课题（基金）项目：课题（基金）项目资助机构‘课题名称’（课题编号）”形式标明。
- 文章首页脚注作者简介形式为“作者简介：作者名字（出生年月），性别，民族，籍贯，工作/学习单位职务，职称，学历学位，研究方向”。
- 正文里面出现的英文人名、地名以及专业术语，要补充中文翻译，中文在前，英文在后。
- 正文表格应有表序、表头，并标于表格上方（文字性的图表请提供可编辑文字的文字图表）；插图应提供清晰原图，有图序、图题，并标于图下方。
- 学术类文章对正文内容的注释一律采用脚注，每页单独编号。正文中引用原文资料，除在正文对应语句句尾右上标以[1][2][3]标记外，另于文末按标记顺序列为参考文献。参考文献中，著作要提供作者、书名[文献类型标识]、出版地、出版单位、出版年、页码；期刊要提供作者、篇名、期刊名、年份、期号及起止页码。

### 四、特别注意

- 来稿文责自负（包括政治、学术、保密等方面）。投稿作品必须是本人原作，且未在任何媒体（包括自媒体）公开发表，不得抄袭或从网络下载其他人作品冒充。
- 本刊享有对来稿在不改变原文观点的前提下进行必要的编辑修改的处理权利。若作者不同意，请在来稿时注明。
- 对于刊发的文章本刊享有网络传播权。如有异议，请投稿时注明。未声明者，本刊视为同意。
- 本刊不接受一稿多投、一稿多发等涉及学术不端行为的稿件，如作者有特殊情况，譬如其他杂志已录用或有意向录用等情形，请务必向编辑部及时说明，未及时说明情况而造成的个人经济和名誉损失，由作者本人承担。
- 稿件录用后，原则上作者署名及顺序、课题（基金）项目不能更改。



### 联系方式

投稿网址：www.xinkechengdaoxue.com

咨询电话：0851-84846870

咨询QQ：2278732180

办公地址：贵州省贵阳市观山湖区中天会展城会展东路  
SOHO办公区A座贵州出版集团7F



# 学科融合赋能高中生物实验改进

## ——以“性状分离比模拟实验”装置的研发为例

贵州省贵阳市第一中学 陆兴亮  
贵州省贵阳市第八中学 杨艳  
贵州省遵义市南白中学 叶克娇

**摘要：**本研究旨在探讨学科融合对高中生物实验改进的积极作用，以“性状分离比模拟实验”装置的研发为例，分析学科融合如何提升生物实验的教学效果和增强学生的学习体验。研究整合了多学科知识和方法，为高中生物实验教学提供新的思路和实践途径。

**关键词：**学科融合 高中生物 实验改进 性状分离比模拟实验

随着教育理念的不断更新，学科融合教学已成为当下教育领域的重要趋势。高中生物实验作为培养学生科学素养和实践能力的重要环节，也需要不断创新和改进。本研究以“性状分离比模拟实验”装置的研发为例，探讨学科融合在高中生物实验改进中的应用，以期为高中生物实验教学提供有益参考。

### 一、实验教学现状与问题

#### （一）实验开展形式传统

目前，“性状分离比模拟实验”多以学生分组合作的方式进行。学生依据教材中的方法，使用小桶和不同颜色的小球分别模拟雌雄生殖器官和配子，通过随机抓取小球并记录组合情况来模拟遗传过程。

根据孟德尔对分离现象的解释，生物性状是由遗传因子（基因）决定的，控制显性性状的基因为显性基因（用字母D表示），控制隐性性状的基因为隐性基因（用字母d表示），而且在体细胞中基因成对存在。基因组成相同的个体为纯合子，不同的为杂合子。生物形成生殖细胞（配子）时成对的基因分离，分别进入不同的配子中。当杂合子自交时，雌雄配子随机结合，后代出现性状分离，理论上性状分离比为显性：隐性=3：1。

在“性状分离比模拟实验”传统教学实践中，教师可让学生分组实验：①全班50个同学分成10个组，每个组进行合作探究实验；②每个组可以领取2个小桶（两个小桶分别代表雌雄生殖器官）和40个小球（代表雌雄配子，黄、白各20个），然后每个小桶放置20个小球（黄、白各10个）；③每个组安排2个同学（甲、乙），甲负责从2个小桶中随机抓取1个小球进行组合，乙负责统计实验数据，甲再把抓取的小球放回原处；④每个组抓取100次，完成任务之后，组长负责把本组实验数据向班级汇报（把实验数据填写到指定表格上）；⑤10个组都完成任务后，各组将实验数据汇总并计算平均值，得出最终数据，并对数据进行分析。

#### （二）存在的问题

在实践过程中，存在以下不足：一是教学方法陈旧，教师在教学中多采用讲解式教学，即先讲解实验原理和步骤，再让学生操作，这种方式缺乏互

动性和趣味性，难以激发学生的学习热情和主动性；二是主观干扰明显，学生在抓取小球放回的过程中，难以做到完全均匀混合，这使得后续的抓取存在一定的主观性，影响实验结果的随机性，实验过程中的人为操作不可避免地会受到主观意识的影响，如抓取的力度、速度等因素可能会导致结果出现偏差；三是数据处理难题，课堂时间有限，学生难以在短时间内收集足够多的实验数据，导致实验结果的可靠性降低，大量数据的手工统计不仅难度大，而且耗时费力，还容易出现错误；四是缺乏动态观察手段，传统实验方法无法实时动态地展示实验数据的变化过程，学生难以直观地感知性状分离比随实验数据积累的变化规律。

### 二、基于Arduino创新实验设计

#### （一）实验器材

**硬件：**Arduino\_UNO开发板、发光二极管、光敏电阻、高扭力370电机、64T同步转轮、黑白条同步带、塑料条、连接线。

**软件：**使用C语言编写程序Arduino\_UNO、易语言开发上位机界面。

#### （二）设计模型及原理

1. 设计模型。装置由上位机界面、主控板、物理装置（两个转轮）三个部分所组成（如图1）。

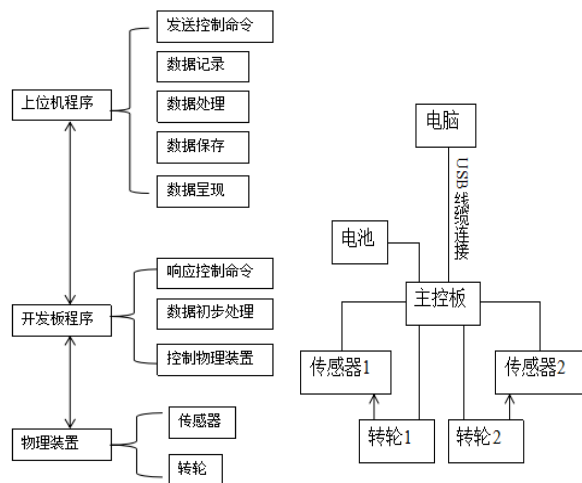


图1 实验装置设计及原理图

①上位机界面。数据展示与分析：上位机界面可以直观地显示实验过程中产生的数据，包括不同性状组合出现的次数、比例等。通过图表等形式，帮助学生和教师快速进行数据分析和比较，理解实验结果。

参数设置：允许设置实验参数，如实验次数、转轮的转速等。可根据不同的教学需求和实验条件进行个性化设置，增加实验的灵活性和可操作性。

实时监控：能够实时监控实验的进展，包括转轮的转动状态、数据的采集情况等，及时发现问题并进行调整，确保实验的顺利进行。

②主控板。控制核心：主控板是整个装置的控制核心，负责协调和控制各个部分的工作。它接收上位机界面的指令，控制物理装置的运行，确保实验按照预设的参数进行（如图2）。

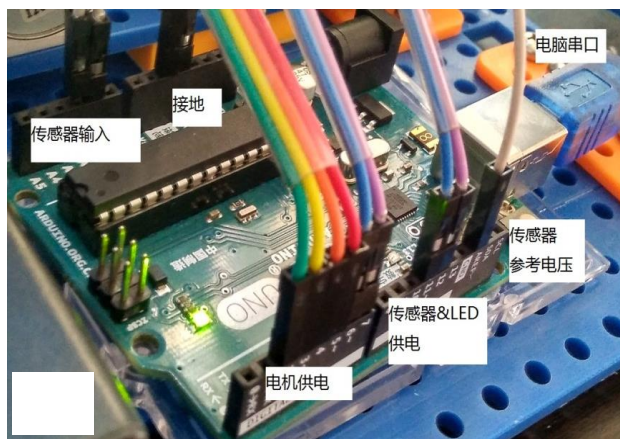


图2 实验装置模型图

主控板：使用的是Arduino\_UNO开发板，通过C语言自主编程，从而控制各个功能模块；利用USB接口与电脑端上位机进行通讯。

数据采集与传输：采集物理装置产生的数据，并将其传输到上位机界面进行分析和处理。确保数据的准确性和及时性，为实验结果的可靠性提供保障。

信号处理：对来自物理装置的信号进行转换，使其能够被上位机界面识别和处理。如将传感器的模拟信号转换为数字信号，以便进行数据分析和显示。

③物理装置。模拟遗传过程：两个转轮分别代表雌雄生殖器官，通过转动和随机停止的方式，模拟雌雄配子的产生和结合过程，直观地展示性状分离及受精过程，帮助学生更好地理解遗传规律（如图3）。

产生实验数据：在转动过程中，根据预设的概率产生不同性状的组合，为实验提供数据来源，通过主控板传输到上位机界面进行分析和处理。

增强实验趣味性：与传统的小桶和小球相比，物理装置更加生动有趣，能够吸引学生的注意力，提高他们的参与度和学习兴趣。

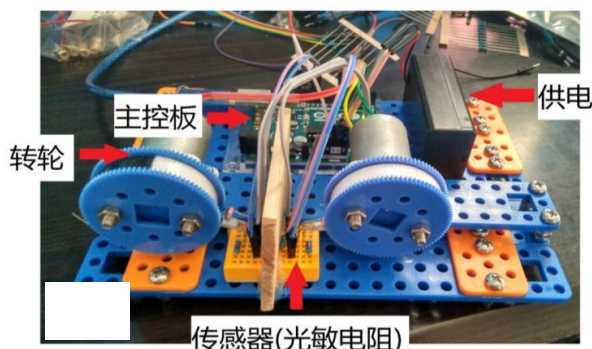


图3 实验装置模型图

两个转轮：模拟雌、雄生殖器官，均分的白、黑方条分别代表显、隐性遗传因子（基因）。

传感器：判断随机抽取的位置是白色或黑色，把数据传输至主控板。

电池：为装置供电，维持电压稳定。

提高实验精度：通过精确的设计和控制，可以减少人为因素的干扰，提高实验的精度和可靠性。

2.设计原理。利用教材实验原理，性状分离比为3:1需两个必备条件：一是雌、雄配子所携带的显、隐性基因分离比为1:1；二是满足雌、雄配子随机结合。第一，两个转轮，分别代表雌、雄生殖器官，白色与黑色均分，白色区域代表配子中携带控制某一相对性状的显性基因，黑色则反之。为确保黑、白比例为1:1，首先通过LED灯照射在白色或黑色区域后反射光强度有差异，光敏传感器接收不同反射光强度后转化为不同电压值传输至主控板，通过随机抽取某一个转轮转动时黑或白的数据，随着数据量的逐渐增大，显性或隐性基因的比率逐渐趋近0.5（如图4），说明满足条件一。第二，电机带动两个转轮差速旋转，光敏传感器分别对每个转轮随机抽样后，抽样的数据通过主控板传输至上位机界面，由上位机系统对两组数据进行随机组合，从而保证了取样和组合的随机性，满足条件二。

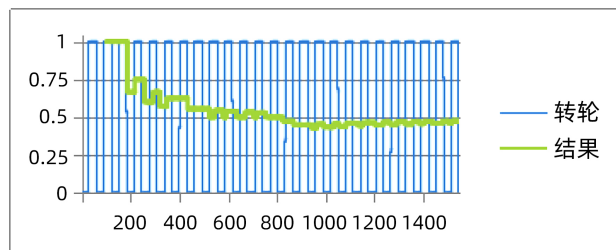


图4 显性或隐性基因的比率统计图

3.装置操作流程。①使用数据线把主控与电脑上位机界面进行连接，查找电脑USB接口位置。②对应连接端口，点击上位机界面“连接”按钮，按“复位键”，显示“Connected”。③点击“自动流程开始”，传感器进行校正后装置启动。④电机带动两个转轮差速转动及随机取样，保证雌、雄配



子抽取及组合的随机性。⑤传感器判断随机抽取的位置是白色或黑色,把数据传输至主控板。⑥主控板将传感器数据进行汇总,通过USB端口传输至电脑。⑦在上位机界面的“数据列表”和“数据图像”上分别呈现获取的数据和绘制的图像。⑧点击“自动流程停止”,转轮及传感器运行状态停止,实验结束(如图5)。

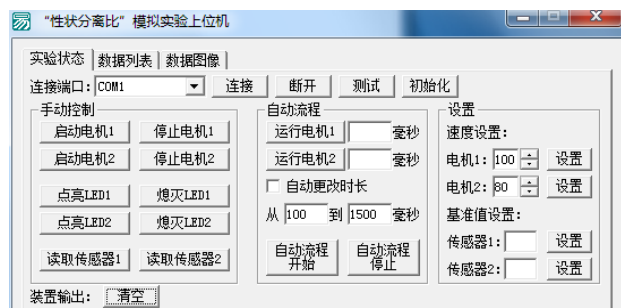


图5 电脑上上位机界面

上位机:电脑端上位机程序使用易语言自主编写程序,用于向开发板发送指令,接收数据以及处理数据、绘制动态曲线。

4.实验结果呈现。应用自主编程和研发的创新装置,通过计算机进行数据采集以及分析,优化和提高了“性状分离比模拟实验”的效率,大量减少了人工操作的流程,实验数据和图像能实时动态呈现,把抽象思维具体化、直观化(如图6、图7)。

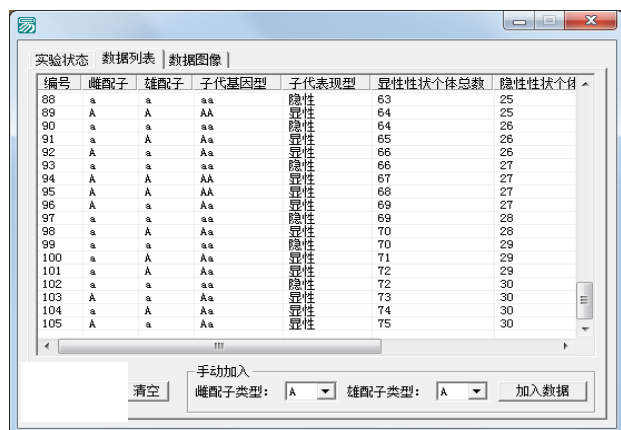


图6 实验数据呈现图

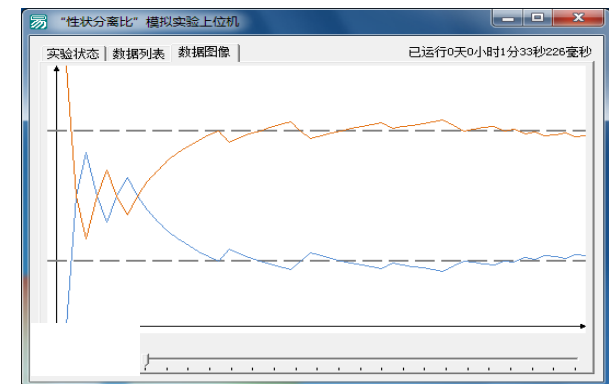


图7 实验图像动态呈现图

### 三、实验改进效果与反思

#### (一) 实验改进效果

1.提高了实验的准确性和可靠性。研发者通过融合多学科知识和方法,对实验装置进行了优化和改进,提高了实验的准确性和可靠性。

2.增强了学生的学习兴趣 and 参与度。实验装置的创新性和趣味性吸引了学生的注意力,提高了他们的学习兴趣 and 参与度。驱动学生在实验过程中积极思考、主动探究,锻炼了他们的实践能力和创新能力。

3.促进了学科融合的深入发展。“性状分离比模拟实验”装置的研发实践,促进了学科融合在高中生物实验教学中的发展,为其他生物实验的改进提供了借鉴和参考。

#### (二) 反思与展望

1.进一步加强学科融合的深度和广度。在今后的高中生物实验教学中,进一步加强学科融合的深度和广度,将更多的学科知识和方法融入实验设计和实施中,提高实验教学的质量和效果。

2.注重培养学生的跨学科思维能力。在实验教学过程中,教师应注重培养学生的跨学科思维能力,引导学生运用不同学科知识和方法解决实际问题,提高他们的综合素养和创新能力。

3.加强教师的培训和交流。为了更好地实施学科融合教学模式,学校需要加强教师的培训和交流,提高教师的学科融合意识和教学能力,鼓励教师开展跨学科教学研究和实践探索,为学科融合发展提供理论支持和实践经验。

### 四、结论

本研究以“性状分离比模拟实验”装置的研发为例,探讨了学科融合在高中生物实验改进中的应用。通过融合物理学、数学、信息技术等多学科知识和方法,对实验装置进行了优化,提高了实验的准确性和可靠性,增强了学生的学习兴趣 and 参与度,促进了学科融合的深入发展。在今后的高中生物实验教学中,教育工作者需进一步加强学科融合的深度和广度,注重培养学生的跨学科思维能力,为提高高中生物实验教学质量和培养学生综合素养做出更大贡献。

### 参考文献

[1]杜修全,叶绵雪.“性状分离比的模拟实验”的优化与改进[J].中学生物学,2021,37(8):41-43.

课题项目|本文系2023年贵州省教育科学规划一般课题“基于LACID理论的高中生物学跨学科学习活动设计与实践研究”(立项编号为2023B127)阶段性研究成果;2022年遵义市基础教育科学研究一般课题“基于PBL-STEAM的高中生物创新实验课程开发与应用研究”(立项编号为2022ZB011)阶段性研究成果。



# 基于科学史和学术论文情境的原创试题命制与分析

## ——以“光合作用”试题命制为例

贵州省贵阳市第一中学 夏頔

**摘要：**生物学科学史可以提供真实、科学的问题情境；学术论文能展现最新的科学研究动向及提供科学的研究方法。文章通过挖掘光合作用科学史中的希尔反应及相关科研论文素材，结合《中国高考评价体系》和《普通高中生物学课程标准（2017年版2020年修订）》，围绕“光合作用”命制原创试题。试题基于真实情境和实验问题，对学生生物学学科核心素养尤其是分析和解决问题的能力展开考查。通过阐述命题反思，希望能为教师有效利用这类素材提供参考。

**关键词：**光合作用 试题命制 科学史 学术论文

《中国高考评价体系》（以下称《评价体系》）提出“一核、四层、四翼”的理论框架。该体系要求学生能够在学科理论产生的场景或生活实践的问题情境下，运用必备知识和关键能力解决实际问题，全面综合地展现学科素养水平。命制原创试题一方面可以避免反复利用现有情境及试题素材，激发学生的兴趣和思考积极性；另一方面可以促进教师深入理解教材和学科本质，主动挖掘新的素材和情境，提升教学能力。生物学科学史及科研学术论文可以提供真实、科学的问题情境及科学的研究方法，是很好的试题命制素材。

### 一、试题展示

题目1:英国科学家希尔将植物细胞研磨破碎，获得离体叶绿体悬液。他发现在光照条件下，向叶绿体悬液中加入足量铁盐或其他氧化剂，可以释放出氧气，此反应常称为希尔反应。请回答下列问题。

(1) 实验中可采用\_\_\_\_\_法制备离体叶绿体。向制备的叶绿体悬液中加入铁盐或其他氧化剂，弥补了该实验条件下光反应中\_\_\_\_\_（物质）功能的缺失，从而使水的光解过程能被有效观测。

(2) 将上述叶绿体的悬液更换为绿叶中色素提取液不能获得同样的结果，理由是\_\_\_\_\_。

(3) 希尔反应不能说明光合作用产生氧气中的氧元素全部来自水，原因是\_\_\_\_\_。

(4) 通过希尔反应进一步推测，水的光解和 $\text{CO}_2$ 固定（该反应由RuBP羧化酶催化）可能是两个相对独立的反应。若以离体叶绿体悬液（有 $\text{H}_2\text{O}$ 和充足 $\text{CO}_2$ ）为实验材料，设计实验验证以上推测。请写出实验思路及预期结果。

题目2:目前，贵州赤水拥有世界上唯一以桫欏及其生存环境为保护对象的国家级自然保护区。桫欏多生长在温暖、潮湿、不受阳光直射的林下地带。现以桫欏幼苗为实验对象，开展不同遮阴环境下，桫欏叶片性状及光合特性研究（CK、T1、T2、T3、T4分别表示100%、60%、30%、10%、2%棚内光照强度）。图1、图2为部分实验结果，请结合实验结果回答以下问题。

(1) 本实验中可以用\_\_\_\_\_提取叶片内的光合色素。对不同处理下桫欏幼苗叶片表型进行比较

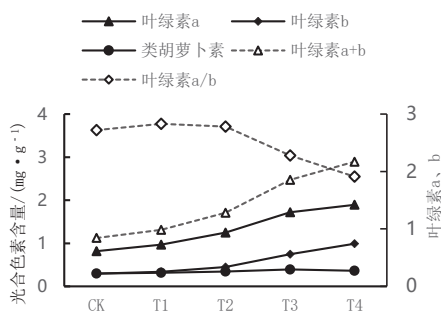


图1 不同遮阴处理下桫欏幼苗的光合色素含量

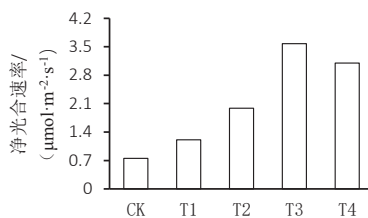


图2 不同遮阴处理下桫欏幼苗净光合速率

发现，CK和T1处理下的叶片皆存在较大程度的黄化。这将主要影响光合色素对\_\_\_\_\_光（填“红”或“蓝紫”）的吸收。

(2) 据图1分析，桫欏幼苗在弱光环境下主要通过\_\_\_\_\_表现出积极的适应性，提高了对光的吸收和转化能力。

(3) 据图2进一步研究发现，在CK至T3的处理中，随棚内遮阴程度增大，叶片气孔导度（气孔张开程度）上升，此时若测得强光处理组较其他组叶肉细胞间隙中\_\_\_\_\_，则说明强光照下桫欏幼苗叶片净光合速率下降的原因并非是气孔限制。

(4) 对叶片性状比较结果显示，随着遮阴程度的增加，桫欏幼苗自由水与结合水的比值呈逐渐上升的趋势，这种变化有利于加快植物体生长的原因有（写出两点）：\_\_\_\_\_。

### 二、试题分析

试题主要针对高三年级学生。“光合作用”是专题复习的重难点，也属于高频考点。大部分学生虽能对光合作用过程清晰表述，但反应中深层次的物质能量关联，以及分析环境因素对光合作用强度



的影响不够熟练。为提升学生科学思维和科学探究能力,教师在命制试题时,选择了涉及光反应和暗反应关联性及影响光合作用的环境因素两部分内容深入设问。在命制过程中,参考了《评价体系》《中国高考评价体系说明》《普通高中生物学课程标准(2017年版2020年修订)》(以下称“课标”),以明确考查目的、内容和要求。首先,学生需从题干中提取与光合作用原理相关的信息;接着,将提取的信息与所学知识进行联系,找出切入点;最后,据此进行逻辑推理、组织语言梳理证据、完善证据链后作答。最终形成原理、证据与生物学现象的闭环。这两道试题的逻辑推理环节展示如图3、图4。

### 三、命题反思

新高考命题要求“无情境,不成题”。两道题目通过创设科研或科学史的情境展开问题设置,引导学生从实验现象出发,分析实验原理并设计实验,学生在做题中还原实验过程,体现了“情境驱动”“实验驱动”的命题思路。这种命题思路有助于学生深入理解光合作用原理及环境因素的影响,激发学生对光合作用研究的兴趣。结合上述两道题目的命制实践,命制试题时应注意以下几点。

1. 细读素材,挖掘“四层”。生物学科学史展现了生物学中重要的科学事实、概念、原理的发现及发展过程,也涉及生物学技术发明的历史背景和应用,能够考查考生的探究性思维及关键能力。笔者发现多个版本的新教材在光合作用的发现科学史部分都补充了老教材中没有的希尔反应内容,而该反应对于学生深入理解光反应、暗反应过程及其联系有重要作用,也有助于学生理解科学实验在生物学科发展历程中的重要性,可以挖掘其中的研究思路、方法、结论形成过程等内涵,将其转化为新高考命题的素材。

选取学术论文素材则需要充分利用文献搜索引擎。笔者仔细查阅文献后选取了《遮阴对杪椏幼苗的叶片性状及光合特性的影响》《增加光照对林下

樟树苗木的影响及作用机理》两篇学术论文作为本题命制的素材。一方面是论文中有涉及本省自然资源的子遗植物——杪椏作为实验对象,贴近学生生活;另一方面文献中的研究方法和结果符合学生当下有关光合作用的学习认知水平。同时相关联的研究可以做素材的加工整合,有助于丰富试题设问的角度。确定素材后,进一步分析和挖掘素材中存在于哪些课标中所对应的学科必备知识、学科素养和关键能力,明确可以展开考查的内容。

2. 加工素材,整理数据。学术论文中有很多学生未接触过的数据处理及呈现方式,涉及的专业实验处理和专业名词在很大程度上会影响学生的分析和判断。笔者选取与教学联系紧密的论文且符合中学生理解能力的内容,按照《评价体系》中“四翼”的考查要求,对论文中的内容进行了删改和转化,最终形成一个信息充分、有一定复杂性,但表述相对简明的情境。例如,笔者将论文中复杂的实验操作过程拆解后,在题干中简明扼要地呈现出实验对象、实验条件、自变量、因变量等,符合学生的学习规律,学生更容易获取相关信息;另外,笔者将冗杂的实验结果数据加工为较简单直观的图形,避免学术论文中部分专业表述对高中生而言晦涩难懂的情况。

3. 有效设问、体现“四翼”。联系课标,针对希尔反应背景下,学生对光合作用机制的理解、环境因素对光合作用的影响、实验设计及探究分析能力等展开有效设问,力求做到新颖、科学、规范,指向关键能力的不同方向和水平。设问体现“基础性、综合性、应用性、创新性”,综合考查学生在新情境下迁移运用知识及分析解决问题的能力。

基础性——设问以常规填空为主,既包括知识记忆,也包括有关原因分析或实验思路等长句表达的设问考查,以此测评学生的综合表达能力。

综合性——综合运用光合作用过程及影响光合作用因素相关知识进行分析、判断、推理和解决问题,比如实验材料的选择、实验方案的设计、生物

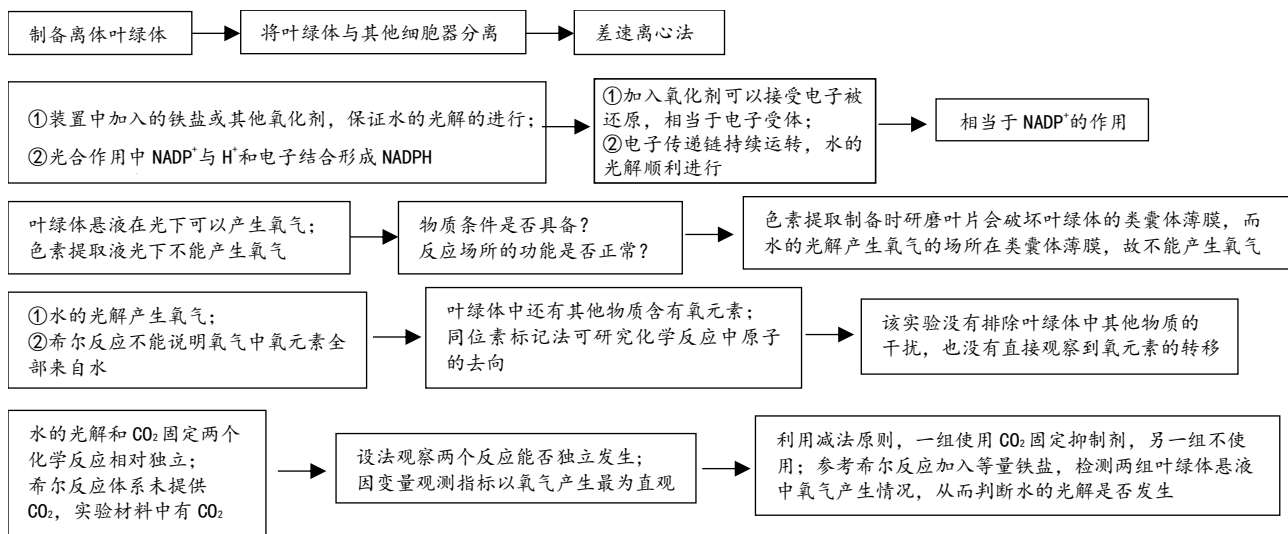


图3 题目1解题分析



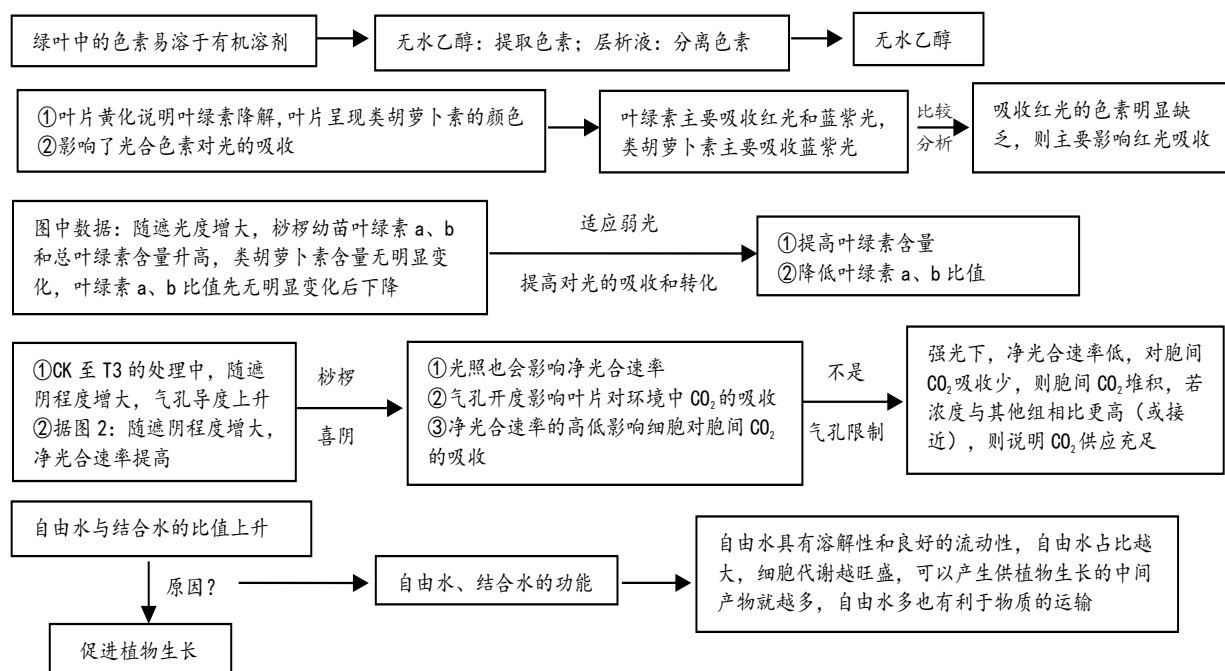


图4 题目2解题分析

对环境的适应性等。

应用性、创新性——基于希尔反应的延伸，提出一个与教材中类似但并不相同的问题，引导学生举一反三，打破惯性思维；不直接设问物质的功能，而是从植物生长情况设问，如黄化叶、促进生长等现象切入提出问题，学生尝试运用相应生物学原理进行解释。

4. 设问要有层次、有逻辑、指向明确。各小题的设问应遵循由易到难的梯度，层层递进；不同小问之间尽量依据素材与知识建立清晰的逻辑关联，使学生体会到知识是融会贯通而非单一零散的。对实验思路或方案的设计，由于学生缺乏丰富的生物学实验经历，作答时可能天马行空。因此，教师可以在题干中提供一定的实验材料用具、检测方法等，引导学生思考作答方向。例如，在“生态系统的信息传递”一节中，学生欲探究雌蛾是否分泌某种化学物质吸引雄蛾前来交配，若教师直接设问，基于学生认知水平可能无法选择合适的材料用具，但如果在题目中给定带瓶塞的玻璃瓶、凡士林、滤纸等备选材料，学生就有一定的思考作答方向。

此外，在命制试题时，教师可设法进行前测，根据检测结果对试题设问进行修改，同时根据检测反馈情况进行相关变式训练。例如，参考希尔反应中氧气产生的检测方法、氧气释放可关联的物质显色反应等，从其他角度考查光合作用过程。题目2还可以联系桫欏的人工培育和生态保护设问，提升试题的综合性；也可以关注光合作用在生产实践上的应用，渗透社会责任感的培养。

针对所命制的试题要设计合理的评分标准，相较于传统对标关键词给分的方式，若能对每个设问设置出围绕核心素养表现的行为特征，对应体现作

答者核心素养水平的层次，对照行为特征给出分数，将更能体现以质量标准为依据，以核心素养培养为目标的、科学公平的评价。

#### 四、教学启示

第一，利用好教材中的科学史资料。科学史的教学不能局限于每个科学家实验过程和结论如何的表面记忆，需通过恰当的教学设计，引导学生明确科学家各环节设计的目的与巧妙之处，进而学习解决问题的思路。第二，深度挖掘核心概念，理解实质。如对光合作用的过程，可深度考查光反应和暗反应的发生条件、二者间物质与能量的关系，气孔开度对光合速率的影响等。第三，针对教学中相同的素材，需尝试挖掘不同的设问角度及与其他核心知识的关联，避免设问同质化、单一化，让学生对核心概念的理解更加深刻。第四，强化图文结合训练，依据学生认知加工教学素材。教学中可将学生熟悉的情境整合，依据学情进行加工，确保提高学生基础知识掌握及图文转换能力。

#### 参考文献

[1]中华人民共和国教育部.普通高中生物学课程标准(2017年版2020年修订)[S].人民教育出版社,2020.

[2]毕军.指向科学探究和科学思维能力发展的原创试题命制与分析:以“光合作用”原创试题命制为例[J].中学生物教学,2024(29):77-80.

[3]刘雯雯,饶丹丹,吴二焕,等.遮阴对桫欏幼苗的叶片性状及光合特性的影响[J].山西农业大学学报(自然科学版),2024,44(2):52-62.

[4]蔡继醇,李兆佳,周光益,等.增加光照对林下樟树苗木的影响及作用机理[J].中南林业科技大学学报,2024,44(7):36-46.



# 指向学生核心素养发展的高中数学一题多解探究

## ——以“直线与椭圆的位置关系”为例

贵州省贵阳市第一中学 龙俊

**摘要：**随着新课改的深入，一题多解教学策略成为培养学生多角度分析问题、优化思维品质的重要途径。文章以“直线与椭圆的位置关系”为例，通过一题多解探究与教学实践，揭示不同解题思路对学生核心素养的差异化培养作用，为高中数学教学提供可借鉴的实践经验。

**关键词：**高中数学 核心素养 一题多解

### 一、提出问题的背景

高中数学教师在教学过程中要加强对学生的解题能力的培养，积极引导学生对学习内容以及解题过程进行反思。学生要对自己已经解决的问题先梳理，再对整个解题过程展开思考，通过逆向思维发现同模型题目间的联系，进而抽象出解决其他问题的通用策略和方法。

### 二、题目背景与教学价值

#### (一) 直线与椭圆问题的教学定位

直线与圆锥曲线的位置关系是解析几何的核心内容，涉及代数与几何的深度融合。解决此类问题既需要具备严谨的代数运算能力（如联立方程、判别式分析），又依赖几何直观（如中点、对称性、斜率关系），是发展学生核心素养的理想载体。

#### (二) 一题多解的教学意义

研究表明，单一解题模式易导致思维定式，而多解探究可促进学生的思维发展。比如培养学生的发散思维，引导其突破常规思路，探索不同数学工具的应用；引导学生深度理解，通过对比解法，深化对知识本质的理解，进而逐步培养学生素养整合能力，在不同解法中渗透抽象、推理、运算等素养目标。

### 三、试题呈现与解析

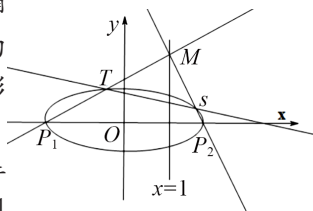
#### (一) 试题呈现

试题：设  $F_1$ 、 $F_2$  分别为椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点， $C$  为椭圆的上顶点。

(1) 若椭圆的离心率为  $\frac{1}{2}$ ，求证： $\triangle CF_1F_2$  为正三角形；

(2) 从条件①、②中任选一个条件作为已知，求椭圆的方程；条件①：点  $A_1(1, \frac{1}{2})$ ， $A_2(0, \sqrt{3})$ ， $A_3(-1, \frac{3}{2})$ ， $A_4(1, -\frac{3}{2})$  中恰有三点在椭圆上；条件②：点  $B_1(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  在椭圆上，点  $B_1$  关于原点的对称点为  $B_2$ ，且四边形  $B_1F_1B_2F_2$  的面积为  $\sqrt{3}$ ；

(3) 在 (2) 的条件下，设  $M$  点在直线  $x = 1$



上运动，点  $P_1$ 、 $P_2$  分别为椭圆的左、右顶点，直线  $MP_1$  与  $MP_2$  椭圆分别交于  $T$ 、 $S$  两点。求证： $TS$  所在直线恒过定点。

#### (二) 试题解析探究

(1) 由题知  $e = \frac{c}{a} = \frac{|OF_2|}{|CF_2|} = \frac{1}{2}$ ，在  $\text{Rt}\triangle OCF_2$  中  $\angle OF_2C = \frac{\pi}{3}$ ， $\therefore C$  为椭圆的上顶点， $\therefore CF_1 = CF_2$ ， $\therefore \triangle CF_1F_2$  为正三角形。

(2) 选择条件①， $\therefore$  点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  中恰有三点在椭圆上，且点  $A_3$ 、 $A_4$  关于原点对称， $\therefore$  点  $A_3$ 、 $A_4$  在椭圆上，由对称性可知，点  $A_1$  在椭圆上，则点  $A_2$  不在椭圆上， $\therefore$  点  $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  在椭圆上，故  $b = \sqrt{3}$ ， $b^2 = 3$ ，将点  $A_3$  代入椭圆方程得  $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$ ，解得  $a^2 = 4$ ， $\therefore$  椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。

选择条件②， $\therefore$  四边形  $B_1F_1B_2F_2$  的面积为  $\sqrt{3}$ ， $\therefore S_{\text{四边形}B_1F_1B_2F_2} = 2S_{\triangle B_1F_1F_2} = 2 \times \frac{1}{2} \times |F_1F_2| \cdot |y_{B_1}| = \sqrt{3}$ ，则  $c = 1 \dots \dots \textcircled{A}$ ，将点  $B_1$  代入椭圆方程得  $\frac{3}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \dots \dots \textcircled{B}$  又  $a^2 = b^2 + c^2 \dots \dots \textcircled{C}$ ，联立  $\textcircled{A}\textcircled{B}\textcircled{C}$  解得： $a^2 = 4$ ， $b^2 = 3$ ， $\therefore$  椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。

(3) 解法一：由 (2) 得  $P_1(-2, 0)$ ， $P_2(2, 0)$  是椭圆的左右顶点，设  $M(1, y_0)$ 、 $T(x_1, y_1)$ 、 $S(x_2, y_2)$ ，构建  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $x_2$ 、 $y_2$  之间的关系式。

思路一：由  $k_{MP_1} = \frac{y_0}{3} = k_{TP_1} = \frac{y_1}{x_1 + 2}$  和  $k_{MP_2} = \frac{y_0}{-1} = k_{SP_2} = \frac{y_2}{x_2 - 2}$  得： $3 \frac{y_1}{x_1 + 2} = -\frac{y_2}{x_2 - 2}$ ，化简得： $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ 。

思路二：由  $M$ 、 $T$ 、 $P_1$  三点共线，得  $\overrightarrow{P_1M} \parallel \overrightarrow{P_1T}$ ，且  $\overrightarrow{P_1M} = (3, y_0)$ ， $\overrightarrow{P_1T} = (x_1 + 2, y_1)$ ， $\therefore 3y_1 = y_0(x_1 + 2) \Rightarrow y_0 = \frac{3y_1}{x_1 + 2}$ ，由  $M$ 、 $S$ 、 $P_2$  三点共线，得  $\overrightarrow{P_2M} \parallel \overrightarrow{P_2S}$ ，且  $\overrightarrow{P_2M} = (-1, y_0)$ ， $\overrightarrow{P_2S} = (x_2 - 2, y_2)$ ， $\therefore -y_2 = y_0(x_2 - 2) \Rightarrow y_0 = \frac{-y_2}{x_2 - 2}$ ，



$$\frac{3y_1}{x_1+2} = \frac{-y_2}{x_2-2}, \text{ 即 } 3y_1(x_2-2) + y_2(x_1+2) = 0.$$

由题知, 直线  $TS$  的斜率存在且不为 0, 不妨设  $TS$

$$\text{的方程为 } y = kx + m, \text{ 则联立 } \begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{ 化简}$$

得  $(4k^2 + 3)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 12 = 0$ , 则  $\Delta = 64k^2m^2 - 4(4k^2 + 3)(4m^2 - 12) > 0$ , 由韦达定理得:  $x_1 + x_2 = \frac{-8km}{4k^2 + 3}$ ,  $x_1x_2 = \frac{4m^2 - 12}{4k^2 + 3}$ , 由  $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ , 得  $3(kx_1 + m)(x_2 - 2) + (kx_2 + m)(x_1 + 2) = 0$ , 化简得  $4kx_1x_2 - 6kx_1 + mx_1 + 3mx_2 + 2kx_2 - 4m = 0$ , 代入  $x_1x_2 = \frac{4m^2 - 12}{4k^2 + 3}$ , 得  $(\frac{6 - m^2}{4k^2 + 3})(x_1 + x_2) + (m - 6k)x_1 + (3m + 2k)x_2 = 4m$ , 整理得  $(6 - m^2)(x_1 + x_2) + (m^2 - 6km)x_1 + (3m^2 + 2km)x_2 = 4m^2$ .

计算到此处, 发现韦达定理非对称性形式依旧没有解决该问题. 那么, 接下来该怎么处理这个问题呢? 做如下分析.

思路一: 由  $x_1 + x_2 = \frac{-8km}{4k^2 + 3}$ , 得  $x_2 = \frac{-8km}{4k^2 + 3} - x_1$ , 代入  $(6 - m^2)(x_1 + x_2) + (m^2 - 6km)x_1 + (3m^2 + 2km)x_2 = 4m^2$ , 化简得  $(-2m^2 - 8km)x_1 = 48km + 8km^3 + 32k^2m^2 + 12m^2$  恒成立, 则  $-2m^2 - 8km = 0$ , 解得  $m = -4k$  或  $m = 0$ .

当  $m = 0$  时,  $y = kx + m = kx$ , 此时显然不符合条件;

当  $m = -4k$  时,  $\frac{48km + 8km^3 + 32k^2m^2 + 12m^2}{4k^2 + 3} = \frac{-192k^2 - 512k^4 + 512k^4 + 192k^2}{4k^2 + 3} = 0$ , 所以  $m = -4k$

符合条件, 即  $y = kx + m = kx - 4k = k(x - 4)$ , 故直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ .

思路二: 因为  $(\frac{6 - m^2}{4k^2 + 3})(x_1 + x_2) + (m - 6k)x_1 + (3m + 2k)x_2 = 4m$  (常数), 所以必有  $m - 6k = 3m + 2k$ , 解得  $m = -4k$ , 所以  $m = -4k$  符合条件, 即  $y = kx + m = kx - 4k = k(x - 4)$ , 故直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ . 综上所述, 直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ .

解法二: 同解法一可得  $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ , 由题知, 直线  $TS$  的斜率存在且不为 0, 不妨设  $TS$  的方程为  $x = ty + n$ , 则联立

$$\begin{cases} x = ty + n \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{ 化简得 } (3t^2 + 4)y^2 + 6tny + 3n^2 - 12 = 0, \text{ 则 } \Delta = 36t^2n^2 - 4(3t^2 + 4)(3n^2 - 12) > 0, \text{ 由韦达定理得}$$

$y_1 + y_2 = \frac{-6tn}{3t^2 + 4}$ ,  $y_1y_2 = \frac{3n^2 - 12}{3t^2 + 4}$ , 由  $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ , 得  $3y_1(ty_2 + n - 2) + y_2(ty_1 + n + 2) = 0$ , 整理得  $4ty_1y_2 + 3(n - 2)y_1 + (n + 2)y_2 = 0$ , 由  $y_1y_2 = \frac{3n^2 - 12}{3t^2 + 4}$ , 得

$$\frac{8 - 2n^2}{3t^2 + 4}(y_1 + y_2) + 3(n - 2)y_1 + (n + 2)y_2 = 0, \text{ 整理得 } (8 - 2n^2)(y_1 + y_2) + 3(n^2 - 2n)y_1 + (n^2 + 2n)y_2 = 0.$$

计算到此处, 发现韦达定理非对称性形式依旧没有解决该问题. 那么, 接下来该怎么处理这个问题呢? 做如下分析.

思路一: 由  $y_1 + y_2 = \frac{-6tn}{3t^2 + 4}$  可得  $y_2 = \frac{-6tn}{3t^2 + 4} - y_1$ , 代入  $(8 - 2n^2)(y_1 + y_2) + 3(n^2 - 2n)y_1 + (n^2 + 2n)y_2 = 0$ , 化简得  $(2n^2 - 8n)y_1 = \frac{6tn(8 - n^2 + 2n)}{3t^2 + 4}$  恒成立, 则  $(2n^2 - 8n) = 0$ , 解得  $n = 0$  或  $n = 4$ .

当  $n = 0$  时,  $x = ty + n = ty$ , 此时显然不符合条件;

当  $n = 4$  时,  $x = ty + n = ty + 4$ , 故直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ .

思路二: 因为  $\frac{8 - 2n^2}{n}(y_1 + y_2) + 3(n - 2)y_1 + (n + 2)y_2 = 0$  ( $0$  为常数), 所以  $3(n - 2) = n + 2$ , 解得  $n = 4$ , 则  $x = ty + n = ty + 4$ , 故直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ . 综上所述, 直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ .

解法三: 由解法一可知:  $-3k_{MP_1} = k_{MP_2}$ , 即  $-3k_{TP_1} = k_{SP_2}$ , 点  $T$  在椭圆上, 则  $\frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1$ , 化简得  $\frac{y_1^2}{x_1^2 - 4} = -\frac{3}{4}$ , 即  $k_{TP_1} \cdot k_{TP_2} = -\frac{3}{4}$ , 故  $k_{TP_2} \cdot k_{SP_2} = \frac{9}{4}$ . 由题知, 直线  $TS$  的斜率存在且不为 0, 不妨设  $TS$  的方程为  $y = kx + m$ , 则联立

$$\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{ 化简得 } (4k^2 + 3)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 12 = 0, \text{ 则 } \Delta = 64k^2m^2 - 4(4k^2 + 3)(4m^2 - 12) > 0, \text{ 由韦达定理得: } x_1 + x_2 = \frac{-8km}{4k^2 + 3},$$

$x_1x_2 = \frac{4m^2 - 12}{4k^2 + 3}$ , 由  $k_{TP_1} \cdot k_{SP_2} = \frac{9}{4}$ , 可得

$$\frac{y_1y_2}{x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4} = \frac{k^2x_1x_2 - km(x_1 + x_2) + m^2}{x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4} = \frac{9}{4}, \text{ 代入韦达定理整理得 } (2k + m)(4k + m) = 0, \text{ 解得 } m = -2k \text{ 或 } m = -4k, \text{ 当 } m = -2k \text{ 时, } y = kx + m = kx - 2k = k(x - 2), \text{ 此时直线 } TS \text{ 过点 } (2, 0), \text{ 即过点 } P_2, \text{ 显然不符合条件, 舍去;}$$

当  $m = -4k$  时,  $y = kx + m = kx - 4k = k(x - 4)$ , 此时直线  $TS$  过点  $(4, 0)$ . 综上所述, 直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ .

解法四: 由解法一和法解二可知, 利用直线  $TS$  的纵截式或横截式方程, 在解题过程中遇到韦达定理非对称形式时, 不能化繁就简, 反而增加计算难度. 在此基础上进一步分析, 可对直线  $TS$  的



方程进行变化, 以达到化简的目的。做如下分析。

设  $TS$  的方程为  $ty = x + m$ , 联立  $\begin{cases} ty = x + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$ , 得  $(3t^2 + 4)y^2 - 6tmy + 3m^2 - 12 = 0$ , 则  $\Delta = 36t^2m^2 - 4(3t^2 + 4)(3m^2 - 12) = 48(3t^2 - m^2 + 4) > 0$ ,  $y_1 + y_2 = \frac{6tm}{3t^2 + 4}$ ,  $y_1 \cdot y_2 = \frac{3m^2 - 12}{3t^2 + 4}$ ,  $\therefore y_1 + y_2 = \frac{6tm}{3m^2 - 12} y_1 \cdot y_2$ , 由  $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ , 得  $3y_1(ty_2 - m - 2) + y_2(ty_1 - m + 2) = 0$ , 即  $4ty_1y_2 - (m - 2)y_2 - 3(m + 2)y_1 = 0$ ,  $\therefore \frac{2(m^2 - 4)}{m}(y_1 + y_2) - (m - 2)y_2 - 3(m + 2)y_1 = 0$ , 化简得  $(m + 4)[(m - 2)y_2 - (m + 2)y_1] = 0$  恒成立,  $\therefore m = -4$ ,  $\therefore TS$  所在直线恒过定点  $(4, 0)$ 。

解法五: 由解法一可知  $-3k_{MP_1} = k_{MP_2}$ , 即  $3y_1(x_2 - 2) + y_2(x_1 + 2) = 0$ , 即  $3x_2y_1 + x_1y_2 = 6y_1 - 2y_2 \dots \textcircled{D}$

思路一:  $\begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1 \\ \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1 \end{cases}$  化简得  $\frac{(x_1 + 2)(x_1 - 2)}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 0$ , 即  $\frac{y_1}{x_1 + 2} = -\frac{3}{4} \frac{x_1 - 2}{y_1}$ ,  $\begin{cases} \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1 \\ \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1 \end{cases}$  化简得  $\frac{(x_2 + 2)(x_2 - 2)}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 0$ , 即  $\frac{y_2}{x_2 - 2} = -\frac{3}{4} \frac{x_2 + 2}{y_2}$ , 因为  $-3k_{MP_1} = k_{MP_2}$ , 所以  $-3(-\frac{3}{4} \frac{x_1 - 2}{y_1}) = -\frac{3}{4} \frac{x_2 + 2}{y_2}$ , 化简得  $3x_1y_2 + x_2y_1 = 6y_2 - 2y_1 \dots \textcircled{E}$   
 $\textcircled{E} - \textcircled{D}$  得  $2x_1y_2 - 2x_2y_1 = 8y_2 - 8y_1$ , 即  $x_1y_2 - x_2y_1 = 4(y_2 - y_1)$ 。

思路二:  $\begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1 \\ \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1 \end{cases}$  可得  $\begin{cases} \frac{y_1}{x_1 + 2} = -\frac{3}{4} \frac{x_1 - 2}{y_1} \\ \frac{y_2}{x_2 - 2} = -\frac{3}{4} \frac{x_2 + 2}{y_2} \end{cases}$ , 由  $-3k_{MP_1} = k_{MP_2}$  可得  $-3 \times \frac{y_1}{x_1 + 2} = \frac{y_2}{x_2 - 2}$ ,  $-3 \times (-\frac{3}{4} \frac{x_1 - 2}{y_1}) = -\frac{3}{4} \frac{x_2 + 2}{y_2}$ , 化简得  $\begin{cases} 3x_2y_1 + x_1y_2 = 6y_1 - 2y_2 \\ 3x_1y_2 + x_2y_1 = 6y_2 - 2y_1 \end{cases}$ , 两式相减可得  $x_1y_2 - x_2y_1 = 4(y_2 - y_1)$ , 由直线  $TS$  的两点式方程  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$  可得  $x_1y_2 - x_2y_1 = (y_2 - y_1)x - (x_2 - x_1)y$ , 对比  $x_1y_2 - x_2y_1 = 4(y_2 - y_1)$  可知: 直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ 。综上所述, 直线  $TS$  过定点  $(4, 0)$ 。

总结: 对于  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  上任意两点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  的斜率  $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{b^2}{a^2} \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$ , 可将左边称为和式, 右边称为差式。该方法也使用  $k_1 + k_2, k_1k_2$  为定值的题型。

解法六: 由解法一可知:  $-3k_{MP_1} = k_{MP_2}$ , 即  $-3k_{TP_1} = k_{SP_2}$ , 点  $T$  在椭圆上, 则  $\frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 12$ , 化简得  $\frac{y_1^2}{x_1^2 - 4} = -\frac{3}{4}$ , 即  $k_{TP_1} \cdot k_{TP_2} = -\frac{3}{4}$ , 故  $k_{TP_2} \cdot k_{SP_2} = \frac{9}{4}$ 。不妨设  $TS$  的方程为  $nx + my = 1$  (齐次化), 则把椭圆沿  $\overrightarrow{P_2P_1}$  方向平移两个单位, 可得  $\frac{(x + 2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , 即  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} + x = 0$ , 则  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} + x(nx + my) = 0$ , 即  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} + x(nx + my) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} + nx^2 + mxy = (\frac{1}{4} + n)x^2 + \frac{y^2}{3} + mxy = 0$ , 同时除以  $x^2$  可得  $(\frac{1}{4} + n) + \frac{1}{3}(\frac{y}{x})^2 + m\frac{y}{x} = 0$ , 由  $k_{TP_2} \cdot k_{SP_2} = \frac{9}{4}$  可得  $(\frac{1}{4} + n) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}$ , 解得  $n = \frac{1}{2}$ , 直线  $TS$  的方程为  $\frac{1}{2}x + my = 1$ , 则此时直线  $TS$  过点  $(2, 0)$ , 平移两个单位, 往回平移, 可得直线  $TS$  过点  $(4, 0)$ 。

#### 四、教学建议

1. 精选典型例题, 搭建思维框架。选择涵盖核心知识点和解法路径多样的经典问题, 确保学生通过一题多解串联不同章节知识。

2. 注重阶梯式引导, 激活发散思维。如求数列通项时, 依次启发学生探索公式法、归纳法和构造法等推导过程。

3. 构建解法对比体系, 发展学生解题能力。建立“解法对比表”, 从思维复杂度、计算量和适用范围等维度分析不同解法的优劣。

4. 分层教学与个性化拓展。对基础薄弱的学生侧重通性通法训练, 对学有余力的学生引导其跨模块创新综合解法。

5. 注重数学思维可视化与反思。教师要求学生用思维导图梳理不同解法的逻辑链条, 同时通过典型错解分析, 揭示思维盲点, 如忽略数形结合导致解题路径单一。

综上所述, 高中数学要求学生全面掌握基础知识、构建知识网络、归纳提炼方法、注重数形结合与转化、训练基本题型、关注高考趋势、培养良好习惯, 以及进行专项练习与模拟考试。这些措施可以帮助学生更好地掌握高中数学的基础知识和思维方法, 提高解题能力和水平, 进而逐步培育数学学科核心素养。

#### 参考文献

[1] 李尚志. 核心素养渗透数学课程教学[J]. 数学通报, 2018, 57(01): 1-6+14.